MATEMATYKA
INNEGO WYMIARU

Zbiór zadań dla nauczycielek i nauczycieli matematyki uczących w klasach 1, 2 i 3 gimnazjum

Dariusz Kulma

III ETAP EDUKACYJNY

ZADANIA DLA KLAS
I, II, III GIMNAZJUM

ELITMAT 2012

III ETAP EDUKACYJNY
ZADANIA DLA KLAS I, II, III GIMNAZJUM

Autor:
Dariusz Kulma

Wydanie 1

Wydawca:
Firma Edukacyjno-Wydawnicza ELITMAT
ul. Plac Kilińskiego 7/4
05-300 Mińsk Mazowiecki
www.elitmat.pl

Druk i oprawa:
Drukarnia Beltrani
ul. Śliwkowa 1, 31-982 Kraków

ISBN 978-83-934311-7-5

Spis treści

WSTĘP

Drogie Nauczycielki i Nauczyciele – ELITMAT LEADERZY

Z przyjemnością przekazujemy Państwu zbiór zadań do pracy z uczniami na prowadzonych przez Państwa zajęciach w grupach ELITMAT TEAM. Wszystkie zadania zostały podzielone zgodnie z proponowanym przez nas rozkładem treści programowych, dzięki czemu mają Państwo możliwość wyboru konkretnych zadań podczas omawiania poszczególnych zagadnień. Mamy nadzieję, że taka forma ułatwi Państwu pracę i uatrakcyjni zajęcia. Poza tym poprzez treść nawiązującą do wirtualnej matematycznej krainy Kwadratolandii zwiększy zainteresowanie Państwa uczniów i uczennic tym wspaniałym przedmiotem, jakim jest matematyka. Serdecznie zachęcamy do wspólnego poznawania bohaterów przeżywających nowe matematyczne przygody każdego dnia.
Chcielibyśmy zwrócić Państwa uwagę na fakt, że zbiór zawiera zadania zamknięte wielokrotnego wyboru, co oznacza, że wszystkie lub część odpowiedzi może być prawidłowych, ale również żadna z odpowiedzi może nie być poprawna. Taka forma wymaga od uczniów jeszcze większego zastanowienia się nad danym problemem i rozwija umiejętność wykorzystywania w jednym zadaniu wiedzy z różnych zagadnień. Co więcej, przygotowuje ucznia do formy zadań stosowanej w „Matematycznych Mistrzostwach Polski Dzieci i Młodzieży”.

Życzymy owocnej pracy!

DZIAŁ I

LICZBY WYMIERNE

MATCYFRZAK

1. Matcyfrzak i Wymierniak wymyślali różne liczby, które przy dzieleniu dają resztę, a następnie sumowali te liczby. Liczba Matcyfrzaka przy dzieleniu przez 7 dawała resztę 6, a liczba Wymierniaka przy dzieleniu przez 7 dawała resztę 3. Wynika z tego, że suma tych liczb podzielona przez 7:

A. daje resztę 9 **B.** daje resztę 2

C. jest liczbą wymierną **D.** jest liczbą całkowitą

Rozwiązanie:
m – liczba Matcyfrzaka, w – liczba Wymierniaka
$m=7a+6 \quad w=7a+3$
$m+w=14a+9=14a+7+2=7(2a+1)+2$
Reszta wynosi 2

2. Najbardziej szczęśliwa liczba w Kwadratolandii to oczywiście 7. Jeśli litery oznaczają kolejne cyfry w liczbach, to przez 7 będą zawsze podzielne liczby:

A. $AAA + A$ **B.** $ABA – BAB$

C. $AA + BB$ **D.** $AB + BC + AC$

Rozwiązanie:
$AAA + A = 100A + 10A + A + A = 112A = 7 \cdot 16A \rightarrow$ *liczba podzielna przez 7.*
$ABA – BAB = 100A + 10B + A – 100B – 10A – B = 91A – 91B = 7 \cdot 13(A – B) \rightarrow$ *liczba podzielna przez 7. Pozostałe liczby nie są podzielne przez 7, ponieważ nie są wielokrotnościami tej liczby.*

3. Dziuglak próbuje rozdzielić jak najmniejszą ilością linii prostych liczby pierwsze od pozostałych.
Żeby tak zrobić, musi narysować:

13	11	51	22
91	17	23	37
12	57	99	39
25	19	29	44

A. co najmniej 6 linii prostych

B. co najwyżej 5 linii prostych

C. dokładnie 3 linie proste

D. dokładnie 6 linii prostych

Rozwiązanie:
Poniżej pokazane zostało jedno z rozwiązań, gdzie użyto 3-ech linii. Możliwe jest również oddzielenie liczb większą ilością linii.

4. Dane jest wyrażenie $4n+1$, gdzie $n \in \mathrm{N}_+$. Liczbę taką można zawsze przedstawić jako:

   A. sumę dwóch liczb całkowitych
   B. sumę kwadratów dwóch liczb całkowitych
   C. sumę sześcianów dwóch liczb całkowitych
   D. sumę kwadratów dwóch liczb niewymiernych

Rozwiązanie:
Jedno z twierdzeń Fermata mówi, że każda liczba postaci 4n+1 jest sumą dwóch kwadratów liczb całkowitych.

5. Jeżeli samogłoski oznaczają cyfry nieparzyste, a spółgłoski cyfry parzyste, to liczba *CADDACBB* będzie podzielna przez:

   A. 11 **B.** 44 **C.** 22 **D.** 3

Rozwiązanie:
Liczba CADDACBB jest liczbą parzystą, ponieważ ostatnia cyfra, czyli spółgłoska B jest liczbą parzystą. Jeżeli od sumy cyfr na miejscach parzystych liczby odejmiemy sumę cyfr na miejscach nieparzystych, to otrzymamy: $(C + D + A + B) – (A + D + C + B) = 0$ czyli liczba spełnia warunki podzielności przez11. Z obu tych warunków wynika, że liczba jest również podzielna przez 22.

6. Matcyfrzak ułożył równanie $AB + BA = CAC$, które dał do rozwiązania Wymierniakowi, gdzie liczby AB, BA i CAC to liczby o cyfrach A, B, C. Zadaniem Wymierniaka było odgadnięcie, jakie cyfry kryją się pod literami. Wymierniak może stwierdzić, że:

A. liczba *CAC* jest kwadratem liczby pierwszej

B. liczba *BA* jest ponad 3 razy większa od liczby *AB*

C. cyfra *A* jest parzysta

D. liczba *CAC* jest podzielna przez 11

Rozwiązanie:
$AB + BA = CAC$
Z lewej strony:
$L = 10A + B + 10B + A = 11A + 11B = 11(A + B)$
czyli suma liczb z lewej strony jest wielokrotnością 11.
Wynika z tego, że $2C = A$.
Analiza kolejnych przypadków:
A nie może być liczbą nieparzystą, ponieważ C nie będzie liczbą całkowitą
jeśli $A = 2$ to $C = 1$, więc $B = 9$ bo $29 + 92 = 121$
jeśli $A = 4$ to $C = 2$ przypadek niemożliwy, ponieważ suma dwóch liczb dwucyfrowych nie może być większa od 200. Tak samo dla kolejnych $C \geq 2$. Istnieje tylko jedno rozwiązanie.
$A = 2$; $B = 9$; $C = 1$.

7. Matcyfrzak razem z Wymierniakiem zastanawiają się nad tym, dla jakich liczb a i p wyrażenie a^p - a jest podzielne przez p. Wskaż równocześnie poprawne propozycje obu chłopców.

A. M: $\begin{cases} a = 2 \\ p = 5 \end{cases}$ W: $\begin{cases} a = 5 \\ p = 2 \end{cases}$

B. M: $\begin{cases} a = 3 \\ p = 7 \end{cases}$ W: $\begin{cases} a = 7 \\ p = 3 \end{cases}$

C. M: $\begin{cases} a = 2 \\ p = 6 \end{cases}$ W: $\begin{cases} a = 3 \\ p = 2 \end{cases}$

D. M: $\begin{cases} a = 11 \\ p = 11 \end{cases}$ W: $\begin{cases} a = 7 \\ p = 7 \end{cases}$

M - Matcyfrzak, W - Wymierniak

Rozwiązanie:
Z małego twierdzenia Fermata (MTF): jeżeli a jest liczbą całkowitą, a p liczbą pierwszą, to zachodzi podzielność $p \mid a^p - a$, więc dobre odpowiedzi to te, gdzie p jest liczbą pierwszą.

8. Wielki grecki matematyk Diofantos, żyjący w III wieku w Aleksandrii, podał następujące zadanie: „Należy znaleźć trzy liczby, których suma, a także suma każdej pary tych liczb jest kwadratem”. Przykłady takich liczb to:

A. 23, 81, 40

B. 41, 80, 320

C. 12, 15, 18

D. 97, 192, 2112

Rozwiązanie:
Zadanie Diofantosa spełniają dwie trójki liczb: 41; 80; 320, ponieważ $41 + 80 = 121 = 11^2$;

$80 + 320 = 400 = 20^2$; $41 + 320 = 361 = 19^2$; $41 + 80 + 320 = 441 = 21^2$ oraz 97; 192; 2112, ponieważ $97 + 192 = 289 = 17^2$; $192 + 2112 = 2304 = 48^2$; $97 + 2112 = 2209 = 47^2$; $97 + 192 + 2112 = 2401 = 49^2$.

9. Liczba oznaczająca rok 2012 dla Kwadratolandii jest szczególna. Suma cyfr tej liczby jest o 5 większa od wyniku mnożenia wszystkich cyfr. Który rok będzie miał również taką własność?

A. 2013 B. 2102 C. 2201 D. 2111

10. Dziuglak był na wielu harcerskich wyprawach. Kiedy Wymierniak dopytywał się o liczbę wypraw, Dziuglak mu odparł, że liczba ta dzieli się przez 2 i przez 4 i przez 7. Wymierniak stwierdził, że to mało informacji. Dziuglak oświadczył, że doda, iż liczba wypraw jest liczbą dwucyfrową i doskonałą. Wynika z tego, że liczba wypraw harcerskich Dziuglaka :

A. to 28

B. to 14

C. jest wielokrotnością 14

D. jest niewiadomą, ponieważ jest za mało danych i może być kilka możliwości

Rozwiązanie:
Jedyna dwucyfrowa liczba doskonała, która spełnia warunki zadania, to 28.

11. Liczby naturalne ustawiamy kolejno po sobie tworząc liczbę 1234567891011121314151617….. Na 2013 - tym miejscu będzie znajdowała się cyfra:

A. 0 B. 7 C. 8 D. 9

Rozwiązanie:
Liczby:
jednocyfrowe → 9 cyfr (od 1 do 9)
dwucyfrowe → 180 cyfr (od 10 do 99)
trzycyfrowe → 2700 cyfr (od 100 do 999)
Wynika z tego, że cyfra na 2013-tym miejscu będzie w liczbie trzycyfrowej.

2013 – (9 + 180) = 1824 cyfra liczb trzycyfrowych
1824 : 3 = 608 czyli szukaną cyfrą jest ostatnia cyfra 608-ej liczby trzycyfrowej, którą jest 707. Szukana cyfra to 7.

12. Różniczka najbardziej lubi bawić się liczbami trójkątnymi. Powstają one z sum kolejnych dodatnich liczb naturalnych. Przykładowo trzecia liczba trójkątna wynosi 6, ponieważ trzy pierwsze dodatnie liczby naturalne dodane do siebie dają wartość 6. Prawdą jest, że:

A. piąta liczba trójkątna wynosi 15

B. dziesiąta liczba trójkątna jest wielokrotnością liczby 11

C. suma siódmej i ósmej liczby trójkątnej jest podzielna przez 16

D. nie ma liczby trójkątnej 79

Rozwiązanie:
Liczby trójkątne otrzymujemy dodając kolejne dodatnie liczby naturalne, więc: $T_1=1$; $T_2=1+2=3$; $T_3=1+2+3=6$; $T_4=10$; $T_5=15$; $T_6=21$; $T_7=28$; $T_8=36$; $T_9=45$; $T_{10}=55$; $T_{11}=66$; $T_{12}=78$; $T_{13}=91$
Po obliczeniu liczb widzimy, że wszystkie odpowiedzi są poprawne.

13. Liczba 3 * 57 * jest czterocyfrową liczbą, gdzie * oznacza taką samą cyfrę. Prawdziwe są stwierdzenia, że jeżeli:

A. *=9 to liczba dzieli się przez 3

B. *=7 to liczba jest podzielna przez 11

C. *=5 to liczba jest podzielna przez 15

D. *=4 to liczba dzieli się przez 4

14. Septylion powiedział: „Ja jestem największy!". „Co ty mówisz!?" – wykrzyknął Oktylion – „Jesteś milion razy mniejszy ode mnie!". „Nie kłóćcie się!" – powiedział Kwintylion. Wystarczy mi do pomocy druga potęga i będę większy od każdego z was, bo zmienię się wtedy w:

A. sektylion

B. nonylion

C. decylion

D. milion nonylionów

Rozwiązanie:
$10^{42} \to$ *septylion*
$10^{48} \to$ *oktylion*
$10^{30} \to$ *kwintylion*
$(10^{30})^2 = 10^{60} \to$ *decylion*
$10^{60} = 10^6 \cdot 10^{54} \to$ *milion nonylionów*

15. Liczba $17! = 3xx687428096000$, gdzie x oznacza taką samą cyfrę. Cyfra x musi być:

A. równa 1
B. równa 3
C. mniejsza od 6
D. równa 5

Rozwiązanie:
Liczba 17! musi być podzielna przez 9. Suma cyfr wynosi $53 + 2x$, więc jedyna możliwość to $x = 5$, ponieważ $53 + 2 \cdot 5 = 63$, więc suma jest podzielna przez 9.

16. Palindromami, które są kwadratami liczb naturalnych, są:

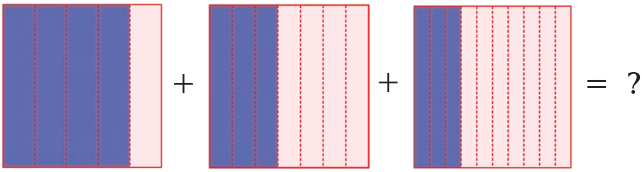
A. 1331
B. 1234321
C. 10201
D. 4008004

17. Matcyfrzak zapisał ułamek $\frac{121214}{121216}$, a Wymierniak ułamek $\frac{121215}{121218}$. Wynika z tego, że:

A. po sprowadzeniu ułamków do wspólnego mianownika i obliczeniu różnicy bądź sumy otrzymamy ułamek, który można skrócić przez 12
B. ułamek Matcyfrzaka jest większy
C. ułamek Wymierniaka jest większy
D. ułamki są równe

Rozwiązanie:
L_M - liczba Matcyfrzaka; L_W - liczba Wymierniaka.
Jeśli $a = 121216$, to $L_M = \frac{121214}{121216} = \frac{a-2}{a}$ oraz $L_W = \frac{121215}{121218} = \frac{a-1}{a+2}$
Po sprowadzeniu do wspólnego mianownika otrzymamy:
$L_M = \frac{a^2-4}{a(a+2)}$
$L_W = \frac{a^2-a}{a(a+2)}$ *czyli* $L_M > L_W$

18. Matcyfrzak ułożył graficzne działanie, w którym liczba zaciemnionych pól jest liczbą w liczniku poszczególnych ułamków.



Wynikiem tego działania jest ułamek:

A. o mianowniku 35

B. $\frac{5}{70}$

C. mniejszy niż dziesiąta część

D. $\frac{1}{14}$

19. Czarny Septylion zadał zagadkę ogrodnikowi Kwadratolusowi Łodydze. Oto ona: „Jakie dwa ułamki należy dodać do siebie, jeśli wiadomo, że ich suma wynosi $\frac{5}{4}$, a drugi ułamek ma półtora raza większy licznik niż mianownik pierwszego ułamka i cztery razy większy mianownik niż licznik pierwszego ułamka”. Wynika z tego, że ułamki te to:

A. $\frac{4}{5}$ i $\frac{6}{20}$

B. $\frac{5}{4}$ i $\frac{6}{20}$

C. $\frac{10}{20}$ i $\frac{30}{40}$

D. $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{4}$

20. Ludność Polski wynosi ok. 38,5 mln osób. W zapisie rzymskim taka liczba to:

A. $\overline{MMMDCCCV}$

B. $\overline{MMMCCML}$

C. $\overline{MMMDCCLC}$

D. $\overline{MMMDCCCL}$

Rozwiązanie:
Brak poprawnej odpowiedzi.

21. Trójkąciak zastanawia się, ile to będzie $\frac{2x}{x+y}$, jeżeli $\frac{2y}{y+x} = \frac{4}{5}$. Poprawny wynik to:

A. liczba całkowita

B. liczba wymierna

C. $\frac{6}{5}$ **D.** więcej niż 0,6

Rozwiązanie:

Jeżeli $\frac{2x}{x+y} + \frac{2y}{y+x} = \frac{2(x+y)}{y+x} = 2$, *więc* $\frac{2x}{x+y} = 2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$

22. W ogrodzie Kwadratolusa Łodygi rosło 50 kwiatów. Ogrodnik szykując ogród na Święto Sześcianu pierwszego dnia wyciął $\frac{1}{5}$ wszystkich kwiatów, ponieważ były uschnięte i dosadził 8 nowych. Drugiego dnia dosadził jeszcze $\frac{1}{12}$ wszystkich kwiatów, a trzeciego jeszcze 3 kwiaty. Wynika z tego, że:

A. Kwadratolus Łodyga dosadził więcej nowych kwiatów niż wyciął uschniętych

B. początkowa ilość kwiatów w ogrodzie to $\frac{10}{11}$ końcowej ilości

C. drugiego dnia Kwadratolus Łodyga dosadził mniej kwiatów niż trzeciego

D. ilość wszystkich dosadzonych kwiatów jest liczbą naturalną

23. Jeżeli $a = \frac{24}{77}$, $b = \frac{2424}{7777}$, $c = \frac{242424}{777777}$, to prawdziwe są wyrażenia:

A. $c > b$ **B.** $a < b < c$

C. $a = b = c$ **D.** $a \geq b$

Rozwiązanie:

$a = \frac{24}{77}$ $b = \frac{2424}{7777} = \frac{24 \cdot 101}{77 \cdot 101} = \frac{24}{77}$ $c = \frac{242424}{777777} = \frac{24 \cdot 10101}{77 \cdot 10101} = \frac{24}{77}$

więc $a = b = c$

DZIAŁ II

PROCENTY

RÓŻNICZKA

24. Pani Zofia Słodyczalska zastanawia się jaką promocję wprowadzić na swoje towary, czy dwukrotną obniżkę po 15%, czy trzykrotną po 10%. Rodzaj obniżki:

A. nie ma znaczenia, bo wartości po obniżkach będą takie same

B. dwukrotnej będzie korzystniejszy dla klienta

C. trzykrotnej będzie korzystniejszy dla klienta

D. dwukrotnej będzie korzystniejszy dla sprzedawczyni, gdyż sprzeda towar za wyższą cenę

Rozwiązanie:
Po dwukrotnej obniżce po 15% cena wyniesie $85\% \cdot 85\%x = 0{,}7225x$
Po trzykrotnej o 10% : $90\% \cdot 90\% \cdot 90\%x = 0{,}729x$
Dwukrotna obniżka będzie korzystniejsza dla klienta.

25. Dziuglak wypił z pełnej szklanki 75% swojego ulubionego soku pomarańczowego i zostało w szklance 0,35l soku. Wynika z tego, że:

A. pojemność szklanki to 1,4 l

B. Dziuglak wypił 1050 ml soku

C. gdyby Dziuglak wypił 60 % soku, to w szklance zostałoby 0,084 hl soku

D. Dziuglak wypił mniej soku niż pozostało w szklance

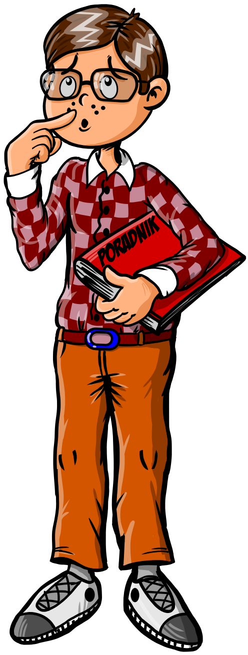
26. Pole kwadratu na pewno zwiększy się co najmniej dwukrotnie, jeżeli każdy bok zwiększymy o:

A. 30% **B.** 200% **C.** 42% **D.** 100%

Rozwiązanie:
By powiększyć pole dwukrotnie należy każdy bok pomnożyć przez $\sqrt{2} \approx 1{,}4142\ldots$ *czyli zwiększyć długość boku kwadratu powyżej 41,42%.*

DZIAŁ III

POTĘGI I PIERWIASTKI



WYMIERNIAK

27. Dziuglak obliczał sobie różne palindromiczne potęgi liczb czyli takie, w których liczba potęgowana, jak i wynik tej potęgi są palindromami.

np. $11^2=121$ $101^2=10201$ $1001^2=1002001$ $101^3=1030301$

Palindromiczne potęgi to na pewno:

A. 1001^3 **B.** 22^2 **C.** 202^2 **D.** 11^4

28. Wymierniak oznaczył liczby $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ jako ostatnie cyfry wyrażeń $\bar{a}=2012^{2012}$, $\bar{b}=107^{108}$, $\bar{c}=7^{77}$. Wynika z tego, że:

A. $\bar{a} > \bar{b}$ **B.** $\bar{a} \leq \bar{c}$
C. $\bar{b} = \bar{c}$ **D.** $\bar{a} > \bar{b} > \bar{c}$

Rozwiązanie:
Z cykliczności występowania ostatnich cyfr w liczbach: $\bar{a}=6$; $\bar{b}=1$; $\bar{c}=7$.

29. Matcyfrzak zapisał liczbę 2012^{2012}. Ostatnią cyfrą tej liczby jest:

A. 0 **B.** 8 **C.** 4 **D.** 6

30. Jeśli wyrażeniem $\bar{a}$ oznaczymy ostatnią cyfrę liczby 7^{77}, $\bar{b}$ ostatnią cyfrę 8^{88}, a $\bar{c}$ ostatnią cyfrę 9^{99}, to prawdziwe są zależności:

A. $\bar{a}+2=\bar{c}$ **B.** $\bar{b}^{\bar{c}} > \bar{c}^{\bar{b}}$
C. $\sqrt{\bar{c}}=2 \cdot \bar{b}$ **D.** $\bar{a}^{\bar{b}} = \bar{b}^{\bar{c}}$

Rozwiązanie:
Z cykliczności występowania ostatnich cyfr w liczbach:
$\bar{a}=7$; $\bar{b}=6$; $\bar{c}=9$ *czyli:*
$\rightarrow \bar{a}+2=9=\bar{c}$
$\rightarrow \bar{b}^{\bar{c}}=6^9=3^9 \cdot 2^9$, *a* $\bar{c}^{\bar{b}}=9^6=3^{12}=3^9 \cdot 3^3$, *więc* $2^9 > 3^3$ *czyli* $\bar{b}^{\bar{c}} > \bar{c}^{\bar{b}}$
$\rightarrow \sqrt{\bar{c}}=3 \neq 2 \cdot 6$
$\rightarrow \bar{a}^{\bar{b}}=7^6$, *a* $\bar{b}^{\bar{c}}=6^9=(6^{\frac{3}{2}})^6=(\sqrt{216})^6 \approx (14,7)^6$ *czyli* $\bar{a}^{\bar{b}} \neq \bar{b}^{\bar{c}}$

31. Liczba $3^n+3^{n+1}+3^{n+2}+3^{n+3}$ jest dla każdego $n \in N_+$ podzielna przez:

A. 12 **B.** 120 **C.** 360 **D.** 6

Rozwiązanie:
Po przekształceniu: $3^n(1+3+3^2+3^3)=3^n \cdot 40$ *, czyli liczba dzieli się przez 6, 12, 120.*

32. Liczba $3^1 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{50}$ jest podzielna przez:

A. 3 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 24

Rozwiązanie:
Wyłączając 3 z poszczególnych par liczb otrzymamy:
$3^1 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{50} = 3(1 + 3) + 3^3(1 + 3) + \ldots + 3^{49}(1 + 3) =$
$= 4 \cdot (3 + 3^3 + 3^5 + \ldots + 3^{49}) = 4 \cdot 3(1 + 3^2 + 3^4 + \ldots + 3^{48})$
więc liczba dzieli się przez 3; 4; 6.

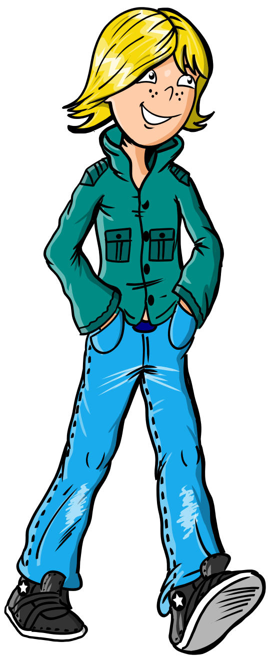
33. Liczba $101^8 + 3 \cdot 101^4 - 4$ jest podzielna przez:

A. 1000 **B.** 100 **C.** 51 **D.** 102000

Rozwiązanie:
Jeżeli $t = 101^4$ *to:*
$101^8 + 3 \cdot 101^4 - 4 = t^2 + 3t - 4 = (t + 4)(t - 1) = (101^4 - 1)(101^4 + 4) =$
$= (101^2 - 1)(101^2 + 1)(101^2 + 4) = 100 \cdot 102 \cdot (101^2 + 1) \cdot (101^2 + 4) =$
$= 51 \cdot 100 \cdot 2 \underbrace{(101^2 + 1)}_{2k} \cdot \underbrace{(101^2 + 4)}_{5t}$
gdzie $k, t \in C$*, więc liczba* $10kt \cdot 51 \cdot 100 \cdot 2$ *jest podzielna przez 51; 100; 1000 i 10200.*

DZIAŁ IV

WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE



DZIUGLAK

34. Najgroźniejszy matematyk Kwadratolandii – Czarny Septylion obmyślił nowe działanie, które ma postać:

$$(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})(1+\frac{1}{4})(1+\frac{1}{5})\cdot\ldots\cdot(1+\frac{1}{2010})(1+\frac{1}{2011})$$

Wynikiem tego działania:

A. będzie liczba wymierna **B.** nie będzie liczba całkowita

C. będzie liczba parzysta **D.** będzie liczba 606

Rozwiązanie:
Iloczyn można zapisać jako: $\frac{\cancel{3}}{2}\cdot\frac{4}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{5}}{4}\cdot\frac{\cancel{6}}{\cancel{5}}\cdot\ldots\cdot\frac{\cancel{2011}}{\cancel{2010}}\cdot\frac{2012}{\cancel{2011}}=1006$

35. Całka zapisała kilka działań z błędem, a Różniczka zapisała dobre przykłady. Wynika z tego, że:

MCM+100 = MCMC $\quad \overline{\text{M}}\text{M}=10^6+10^3 \quad \overline{\text{L}} - \overline{\text{XL}}=10^4$ $\quad$ MMXII : 4 = DIII

A. Różniczka zapisała więcej przykładów

B. Całka zapisała więcej przykładów

C. obie zapisały po dwa przykłady

D. są to przykłady zapisane tylko przez jedną z nich

Rozwiązanie:
Błędny przykład to MCM+100=MCMC, ponieważ nie można zapisać liczby MCMC w systemie rzymskim.

36. Matcyfrzak zapisał na tablicy liczbę M taką, która jest iloczynem liczb 1234 oraz 12351235. Wymierniak zapisał liczbę W, która również jest iloczynem, ale o czynnikach 1235 oraz 12341234. Zależność, jaką można zaobserwować między tymi liczbami, to:

A. $M \leq W$ **B.** $M > W$

C. $M = W$ **D.** $2M = 3W$

Rozwiązanie:
Iloczyn Matcyfrzaka → 1234 · 12351235 = 1234 · 1235 · 10001
Iloczyn Wymierniaka → 1235 · 12341234 = 1235 · 1234 · 10001, więc iloczyny są równe.

37. Matcyfrzak i Wymierniak potrafią bardzo szybko mnożyć w pamięci niektóre liczby dwucyfrowe np. 24 × 26, 53 × 57 czy 72 × 78. Jeśli po-

mnożymy liczby dwucyfrowe XY i XZ, takie jak przedstawione w przykładach, to wynik możemy otrzymać w następujący sposób:

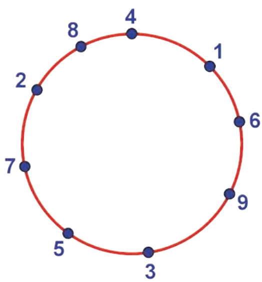
A. mnożymy X razy X oraz dopisujemy sumę Y i Z

B. mnożymy X przez liczbę o jeden większą od X i dopisujemy iloczyn Y przez Z

C. mnożymy X przez liczbę o jeden większą od X i dopisujemy sumę Y i Z

D. mnożymy pierwszą liczbę XY przez 10 i dodajemy do niej drugą liczbę XZ

38. Na okręgu zaznaczono w dowolnym układzie cyfry od 1 do 9 jak na rysunku. Każde trzy kolejne cyfry odczytywane w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchu wskazówek zegara tworzą liczbę trzycyfrową. Wynika z tego, że suma wszystkich liczb jest:



A. liczbą pierwszą

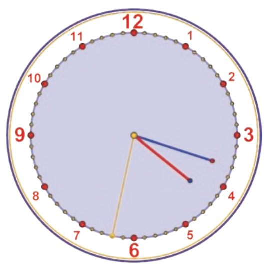
B. liczbą podzielną przez 45

C. równa sumie wszystkich liczb trzycyfrowych, które powstałyby gdyby odczytać je w odwrotnym kierunku

D. równa 4995

Rozwiązanie:
Suma liczb, jakie można otrzymać, to:
$S = 169 + 693 + 935 + 357 + 572 + 728 + 284 + 841 + 416$
Każda cyfra występuje jako cyfra setek, cyfra dziesiątek i cyfra jedności, więc suma ta jest równoważna $111 + 222 + 333 + \ldots + 999 = 111 \cdot (1 + 2 + \ldots + 9) = 111 \cdot 45 = 4995$

39. Dziuglak podzielił liniami tarczę zegara na różną ilość części, tak aby suma liczb godzin była w każdej części równa. Taki podział mógł się udać, jeśli Dziuglak podzielił tarczę zegara na:



A. 4 części **B.** 2 części

C. 3 części D. 6 części

Rozwiązanie:
Suma liczb godzin wynosi 1 + 2 + 3 + ...+ 12 = 78
Liczba ta dzieli się na 2; 3 i 6, więc tylko takie podziały tarczy zegara są możliwe.

40. Czwórka przyjaciół ważyła się parami – każdy z każdym. Martolinka Cyferka spisywała wszystkie wyniki i na koniec odczytała następujące liczby: 135 kg, 147 kg, 139 kg, 152 kg, 144 kg, 156 kg. Wszyscy przyjaciele ważą więc razem:

A. 291 kg B. nieparzystą liczbę kilogramów
C. 29100 kg D. 873 kg

Rozwiązanie:
Zsumowanie wag wszystkich par spowoduje, że waga każdego przyjaciela zostanie policzona trzykrotnie, ponieważ każdy tworzy tyle par z pozostałymi trzema osobami. Wagę łączną przyjaciół policzymy z działania: (135 + 147 + 139 + 152 + 144 + 156) : 3 = 291 kg

41. Wymierniak dostał od mamy na drugie śniadanie jabłko, a ponieważ był bardzo koleżeński, to chciał podzielić się nim z czwórką swoich przyjaciół. Matcyfrzakowi odciął $\frac{1}{5}$ jabłuszka, Całce odciął $\frac{1}{4}$ pozostałej części, Różniczce $\frac{1}{3}$ reszty, a to co zostało podzielił po połowie między siebie i Dziuglaka. Wynika z tego, że:

A. Wymierniak i Dziuglak dostali największe części jabłka
B. każdy z pięciu przyjaciół dostał taką samą część jabłka
C. Matcyfrzak dostała większą część jabłka niż Różniczka
D. nie jest możliwe określenie kto otrzymał największy kawałek jabłka

Rozwiązanie:
Wymierniak odcinał kolejne części jabłka:
dla Matcyfrzaka $\frac{1}{5}$, *zostało* $\frac{4}{5}$
dla Całki $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$, *zostało* $\frac{3}{5}$
dla Różniczki $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$, *zostało* $\frac{2}{5}$
dla Dziuglaka i Wymierniaka $\frac{2}{5} : 2 = \frac{1}{5}$
Każdy otrzymał po $\frac{1}{5}$ *jabłka.*

42. Wyrażenie $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$, gdzie $a, b, c \in R_+$ jest:

A. większe od 8 **B.** większe bądź równe 9
C. większe od 7 **D.** większe od 10

Rozwiązanie:

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=1+\frac{a}{b}+\frac{a}{c}+\frac{b}{a}+1+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+\frac{c}{b}+1=$$

$$=3+\underbrace{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}_{\geq 2}+\underbrace{\frac{b}{c}+\frac{c}{b}}_{\geq 2}+\underbrace{\frac{a}{c}+\frac{c}{a}}_{\geq 2}\geq 9$$

Korzystamy z twierdzenia, że suma odwrotności dwóch liczb dodatnich jest większa bądź równa 2.

43. Suma liczb $\underbrace{33\ldots3}_{n}{}^2+\underbrace{22\ldots2}_{n}$ jest równa:

A. $\underbrace{11\ldots1}_{2n}$ **B.** $\underbrace{33\ldots3}_{2n}$ **C.** $\underbrace{2323\ldots23}_{n}$ **D.** $\underbrace{11\ldots1}_{n}$

Rozwiązanie:

$$\underbrace{33\ldots3}_{n}{}^2+\underbrace{22\ldots2}_{n}=\underbrace{33\ldots3}_{n}\cdot\underbrace{33\ldots3}_{n}+\underbrace{22\ldots2}_{n}=3\cdot\underbrace{11\ldots1}_{n}\cdot 3\underbrace{11\ldots1}_{n}+2\cdot\underbrace{11\ldots1}_{n}=$$

$$=\underbrace{11\ldots1}_{n}\cdot\left(3^2\cdot\underbrace{11\ldots1}_{n}+2\right)=\underbrace{11\ldots1}_{n}\cdot\left(\underbrace{99\ldots9}_{n}+2\right)=\underbrace{11\ldots1}_{n}\cdot(10^n+1)=$$

$$=10^n\cdot\underbrace{11\ldots1}_{n}+\underbrace{11\ldots1}_{n}=\underbrace{11\ldots1}_{n}\underbrace{00\ldots0}_{n}+\underbrace{11\ldots1}_{n}=\underbrace{11\ldots1}_{2n}$$

44. Liczba $\sqrt{16+6\sqrt{7}}+\sqrt{16-6\sqrt{7}}$ jest liczbą:

A. wymierną **B.** niewymierną
C. całkowitą **D.** doskonałą

Rozwiązanie:

$$\sqrt{16+6\sqrt{7}}+\sqrt{16-6\sqrt{7}}=\sqrt{(3+\sqrt{7})^2}+\sqrt{(3-\sqrt{7})^2}=|3+\sqrt{7}|+|3-\sqrt{7}|=6\in C$$

45. Wiedząc, że $ab=1$ oraz $a\in R_+$ i $b\in R_+$ można stwierdzić, że wyrażenie $(7+a)(7+b)$ jest:

A. większe od 60 **B.** większe bądź równe 64
C. mniejsze od 60 **D.** mniejsze od 64

Rozwiązanie:
Z $a \cdot b = 1$ wyznaczamy $b = \frac{1}{a}$, więc
$(7 + a)(7 + b) = (7 + a)(7 + \frac{1}{a}) = 49 + \frac{7}{a} + 7a + 1 = 50 + 7 \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{1}{a}\right)}_{\geq 2} \geq 64,$
ponieważ $a \in R_+$

46. Kwadrat różnicy kwadratów odwrotnych liczb przeciwnych to:

A. $\left(a^2 - (-\frac{1}{a})^2\right)^2$ **B.** $(a^2 + (-a)^2)^2$

C. $\left(a^2 - (\frac{1}{a^2})\right)\left(a^2 - (\frac{1}{a^2})\right)$ **D.** $a^4 - (-\frac{1}{a})^4$

DZIAŁ V

RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI I UKŁADY RÓWNAŃ

WYMIERNIAK MATCYFRZAK

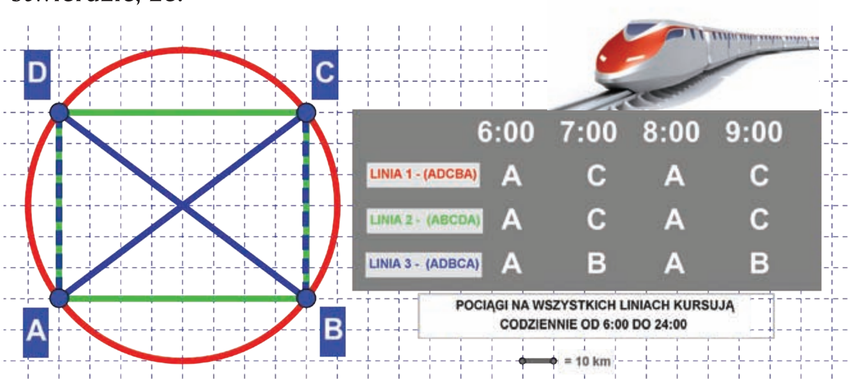
47. Zielony samochód ogrodnika Kwadratolusa Łodygi jeździ na ekopaliwie. Spala go bardzo mało, bo średnio 3 litry na 100 kilometrów. Między Deltoigrodem – stolicą Kwadratolandii a górami w Trójkolandii na mapie w skali 1:500000 można zmierzyć odległość 24 cm. Kwadratolus Łodyga potrzebuje więc na przejazd z Deltoigrodu w góry i z powrotem:

A. ok. 5 litrów ekopaliwa **B.** $3\frac{3}{5}$ litra ekopaliwa

C. 36 litrów ekopaliwa **D.** mniej niż 4 litry ekopaliwa

Rozwiązanie:
Ze skali wynika, że 1 cm na mapie odpowiada 5 km w rzeczywistości. Odległość między górami a Deltoigrodem jest równa 24 · 5 km =120 km. Droga w obie strony wyniesie 240 km, więc samochód spali 2,4 · 3 l = 7,2 litra ekopaliwa. Żadna odpowiedź nie jest poprawna.

48. W Kwadratolandii kursują na trzech liniach super szybkie pociągi *Power – N*. Linie te przecinają się w głównych stacjach przesiadkowych *A*, *B*, *C*, *D*. Na podstawie planu przebiegu poszczególnych tras oraz danych fragmentu rozkładu jazdy (patrz rysunek i informacje) można stwierdzić, że:



A. pociągi na wszystkich liniach mają inne prędkości

B. średnia prędkość pociągu na linii 1 jest największa

C. średnia prędkość pociągu na linii 3 jest największa i wynosi 160 km/h

D. najwolniejszy pociąg przejedzie w ciągu całego dnia ponad 2500 km

49. Matcyfrzak i Wymierniak założyli się, kto pierwszy pokona trasę z Deltoigrodu do Kołogrodu. Matcyfrzak całą trasę pokonał rowerem z tą samą szybkością. Wymierniak połowę trasy pokonał pociągiem, który miał średnią prędkość pięć razy większą niż prędkość, z jaką Matcyfrzak pokonywał trasę rowerem. Drugą połowę trasy Wymierniak pokonywał pieszo z prędkością dwa razy mniejszą niż prędkość Matcyfrzaka. Prawdą jest, że:

A. jeden z chłopców pokonał trasę w czasie o 10% dłuższym

B. Wymierniak dotarł do celu szybciej

C. Matcyfrzak dotarł do celu szybciej

D. obaj chłopcy pokonali trasę w tym samym tempie

Rozwiązanie:

Oznaczmy, że $t = \frac{s}{v}$, *więc jeśli Wymierniak pół drogi pokonał pociągiem, a pół pieszo, to jego czas pokonania drogi można zapisać jako:* $t_W = \frac{\frac{1}{2}s}{5v} + \frac{\frac{1}{2}s}{\frac{1}{2}v} = \frac{1}{10}\frac{s}{v} + \frac{s}{v} = 1{,}1\frac{s}{v} = 110\%\, t_M$

50. Super szybki pociąg *Power – N* przejeżdża najdłuższy most Kwadratolandii o długości 1000 metrów w 20 sekund, natomiast największy semafor mija w ciągu 10 sekund. Można stwierdzić, że:

A. średnia prędkość pociągu wynosi 50 m/s

B. średnia prędkość pociągu wynosi 180 km/h

C. pociąg jedzie z prędkością większą niż 200 km/h

D. długość pociągu wynosi 500 m

Rozwiązanie:

Jeżeli pociąg mija semafor w ciągu 10 sekund czyli w czasie o połowę krótszym niż pociąg przejeżdża most o długości 1000 m to znaczy, że długość pociągu wynosi 500 m. Wynika z tego, że szybkość $V = 500\ m : 10s = 50\ \frac{m}{s} = 180\ km/h$.

51. Różniczka, Matcyfrzak i Dziuglak ważą razem 185 kg. Matcyfrzak, Dziuglak i Wymierniak ważą razem 195 kg, natomiast Wymierniak i Różnicz-

ka łącznie 110 kg. Wynika z tego, że:

A. cała czwórka waży łącznie 245 kg

B. Różniczka waży 50 kg

C. Wymierniak jest cięższy od Różniczki o 10 kg

D. najlżejsza jest Różniczka

Rozwiązanie:

Wprowadźmy oznaczenia: R - Różniczka, W - Wymierniak, D - Dziuglak, M - Matcyfrzak

$R+M+D=185$ kg

$M+D+W=195$ kg

$W+R=110$ kg

Jeśli zsumujemy, to $2R+2M+2D+2W=490$ kg

$R+\underbrace{M+D+W}_{195\text{ kg}}=245$ kg

$R=50$ kg

$W=60$ kg

52. Wymierniak zapisał równanie: $a^2x + 2a = 4x + a^2$. O rozwiązaniach x tego równania można powiedzieć, że:

A. rozwiązanie x jest zawsze jedno

B. rozwiązanie x nie istnieje dla $a = -2$

C. rozwiązaniem x może być nieskończenie wiele liczb pod warunkiem, że $a=2$

D. rozwiązaniem x będzie zero, jeśli $a=0$

Rozwiązanie:

$a^2x + 2a = 4x + a^2$

$a^2x - 4x = a^2 - 2a$

$(a^2 - 4)x = a^2 - 2a$

$x = \frac{a^2 - 2a}{a^2 - 4} = \frac{a(a-2)}{(a-2)(a+2)}$

czyli dla $a \neq \{-2 ; 2\}$ *istnieje 1 rozwiązanie*

dla $a = 2$ *istnieje nieskończenie wiele rozwiązań*

dla $a = -2$ *nie ma rozwiązania*

53. Różniczka i Matcyfrzak zastanawiają się, dla jakich liczb x i y wyrażenie postaci $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ jest zawsze prawdziwe. Jeśli chcieliby podać pra-

widłową odpowiedź, to musieliby napisać, że:

A. $x \in C$ i $y \in C$ | **B.** $x \in W_+$ i $y \in W_+$

C. $x \in N$ i $y \in N$ | **D.** $x \in R$ i $y \in R$

N - liczby naturalne, R - liczby rzeczywiste, W – liczby wymierne, C - liczby całkowite

Rozwiązanie:
Wyrażenie $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ *jest prawdziwe zawsze dla* $x, y \in R_+$

54. Czarny Septylion wymyślił kolejne trudne zadanie, by dręczyć nim swoich przeciwników. Zadanie polegało na znalezieniu wszystkich rozwiązań całkowitych równania $2|x| - (-1)^x = 11$. Wynika z tego, że:

A. rozwiązań równania jest parzysta ilość, ale jest ich nieskończenie wiele

B. rozwiązania są dokładnie cztery

C. jednym z tych rozwiązań jest 5

D. rozwiązań jest nieskończenie wiele

Rozwiązanie:
$2|x| - (-1)^x = 11$
Rozpatrzmy przypadki w liczbach całkowitych:
$1° \ x \rightarrow$ *liczba parzysta*
$2|x| - 1 = 11$
$2|x| = 12$
$|x| = 6$
$x_1 = 6 \quad \vee \quad x_2 = -6$
$2° \ x \rightarrow$ *liczba nieparzysta*
$2|x| + 1 = 11$
$2|x| = 10$
$|x| = 5$
$x_3 = 5 \quad \vee \quad x_4 = -5$

Równanie ma 4 rozwiązania w liczbach całkowitych – 6; – 5; 5; 6.

55. Czarny Septylion zadał Matcyfrzakowi do rozwiązania następujące równanie 2012 – (2011 – (2010 – ... – (1 – x)) …) = 1012. Wynika z tego, że:

A. rozwiązanie jest najmniejszą liczbą doskonałą

B. brakuje części równania, więc nie można go rozwiązać

C. $x = -1013$

D. $x = 6$

Rozwiązanie:
Opuszczając nawiasy uzyskamy $\underbrace{2012-2011}_{1} + \underbrace{2010-2009}_{1} + \ldots + \underbrace{2-1}_{1} + x = 1012$

Po lewej stronie równania występuje 1006 różnic o wartości 1 czyli: $1006 + x = 1012$*, więc* $x = 6$

56. W sklepie pana Jana Warzywniaka można kupić dorodne arbuzy. Różniczka kupiła takiego, którego waga jest o $\frac{2}{3}$ kilograma większa od $\frac{2}{3}$ tego arbuza. Wynika z tego, że arbuz Zakrzewka waży:

A. $1\frac{2}{3}$ kg

B. 2 kg

C. $1\frac{1}{3}$ kg

D. więcej niż 1 kg

Rozwiązanie:
Z warunków zadania wynika, że $\frac{1}{3}$ *arbuza to* $\frac{2}{3}$ *kilograma, więc cały arbuz waży* $3 \cdot \frac{2}{3}$ *kg = 2 kg.*

57. Na ratuszowej wieży w Deltoigrodzie zegar wybija pełne godziny zgodnie ze wskazaniem godziny oraz pojedynczym biciem informuje mieszkańców o pełnych kwadransach. Prawdziwe są więc zdania:

A. w ciągu doby zegar bije 252 razy

B. w ciągu doby zegar bije 228 razy

C. uderzeń o pełnych godzinach jest dwa razy więcej niż pozostałych

D. między 14^{50} a 20^{05} zegar bije więcej razy niż między 1^{48} a 7^{43}

Rozwiązanie:
Rozpatrzmy ilość uderzeń w ciągu dwunastu godzin, gdyż w kolejnych dwunastu sytuacja jest analogiczna.
Oprócz wybijania pełnych godzin od 1 do 12, pomiędzy każdą z godzin zegar wybija sygnał 3 razy, więc:
Suma uderzeń $= 1 + 2 + \ldots + 12 + 3 \cdot 12 = 78 + 36 = 114$ *razy.*
W ciągu doby zegar bije 228 razy.

58. Czarny Septylion znów chciał uwięzić rycerza Analfabetusa w lochach zamku. Żeby się uratować, rycerz musi spośród podanych liczb: 3^2; $\frac{8}{4}$; 5; 2; 3, –2; –3 wybrać wszystkie te, które są wynikami równań:

$3x - 4 = 5x + 2$
$3(z + 2^2) = 9(3^0 + \frac{1}{2}z)$
$-2y - 6 = 3 - 3y$

Rycerz powinien więc wskazać:

A. cztery liczby

B. liczbę 3

C. trzy liczby

D. więcej liczb, które są wynikami niż tych, które wynikami nie są

DZIAŁ VI

FUNKCJE

DZIUGLAK RÓŻNICZKA MATCYFRZAK WYMIERNIAK

59. Przyjaciele Matcyfrzak i Wymierniak prześcigają się w zapisywaniu funkcji liniowych, które są najlepsze w poszczególnych kategoriach (patrz tabelka). Za każdą zwycięską funkcję uzyskuje się 2 punkty, jeśli jest remis - 1 punkt, a przy przegranej - 0 punktów.

KATEGORIA	*MATCYFRZAK*	*WYMIERNIAK*
Największe miejsce zerowe	$y=6x+80$	$y=-3x-40$
Najszybciej rosnąca funkcja	$y=77x+2$	$y=73x+105$
Najmniejsza wartość dla argumentu 100	$y=-4x+8$	$y=-5x+104$
Największy argument dla wartości funkcji równej 7	$y=15x+67$	$y=12x+55$

Wynika z tego, że w tej rywalizacji:

A. wygrał Matcyfrzak
B. wygrał Wymierniak
C. padł remis
D. wynik to 4 : 4

60. Matcyfrzak zapisał funkcję $m(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 5$, a Wymierniak funkcję $w(x)=(x-5)(x-6)(x-7)(x-8) + 5$. Można stwierdzić, że:

A. obie funkcje są cały czas dodatnie
B. jedna z funkcji ma przedziały ujemne
C. najmniejsza wartość obu funkcji jest taka sama
D. obie funkcje mają oś symetrii

Rozwiązanie:

$$m(x) = [(x-1)(x-4)] \cdot [(x-2)(x-3)] + 5 = [(x^2-5x)+4][(x^2-5x)+6] + 5$$
$$= [(x^2-5x)^2 + 6(x^2-5x) + 4(x^2-5x) + 24] + 5 = [(x^2-5x)^2 + 10(x^2-5x) + 24] + 5$$
$$= [(x^2-5x)+5]^2 - 1 + 5 = \underbrace{(x^2-5x+5)^2}_{\geq 0} + 4$$

$m_{min}(x)=4$

Wykres kwadratu paraboli jest symetryczny tak samo jak parabola.
Wykres funkcji $w(x)$ to przesunięta o wektor $[4;0]$ funkcja $m(x)$ więc $w_{min}(x) = 4$

61. Dana jest funkcja liniowa $f(x)=(a+b)x+(c+d)$ oraz $g(x)=(c+d)x-(a+b)$, gdzie $a+b>0$ i $c+d<0$. Obie funkcje jednocześnie:

A. przechodzą przez ćwiartkę IV

B. nie przechodzą przez ćwiartkę III

C. przechodzą przez ćwiartkę III

D. przecinają oś OY dla wartości ujemnych

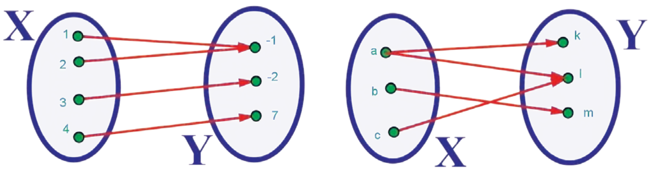
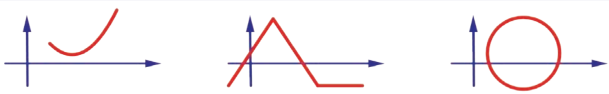
62. W tabeli przedstawiono różnych 11 przyporządkowań przedstawionych za pomocą grafów, tabelek, wzorów, wykresów i słownie. Wśród tych przyporządkowań jest:

A. 11 funkcji

B. 5 funkcji

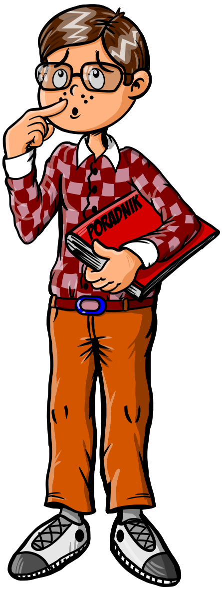
C. 7 funkcji

D. co najmniej 6 funkcji

<table>
<tr><td>GRAF</td><td>
</td></tr>
<tr><td>TABELA</td><td><table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>7</td><td>9</td></tr></table> <table><tr><td>x</td><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>9</td><td>4</td><td>3</td><td>6</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>WZÓR</td><td>$y = 2x - 1$ $y = x^2$ $x = y^2$</td></tr>
<tr><td>SŁOWNIE</td><td>KAŻDE PAŃSTWO MA JEDNĄ STOLICĘ.</td></tr>
<tr><td>WYKRES</td><td></td></tr>
</table>

DZIAŁ VII

STATYSTYKA OPISOWA I WPROWADZENIE DO RACHUNKU PRAWDOPODOBIEŃSTWA



WYMIERNIAK

63. Wszyscy przyjaciele przywitali się radośnie po wakacjach witając się każdy z każdym i zamieniając choćby parę słów, żeby dowiedzieć się co słychać u każdego z nich. Wszystkich powitań było 21, więc liczba przyjaciół była:

A. większa niż 5 **B.** równa 6

C. równa 7 **D.** liczbą pierwszą

64. Na ile sposobów w układzie współrzędnych można dojść z punktu (0;0) do punktu (3;4) poruszając się krokami długości równej jednej jednostce w kierunkach wskazanych przez osie układu współrzędnych? Ilość wszystkich takich sposobów to liczba:

A. podzielna przez 7 **B.** 35

C. 17 **D.** pierwsza

65. Magiczna walizka Kwadratolusa Łodygi jest niesamowita. W jej wnętrzu kryje się 7 innych walizek o numerach od 1 do 7. W każdej z tych walizek znajduje się kolejne 7 mniejszych walizek z takimi samymi numerami. Kwadratolus raz do roku otwiera magiczną walizkę, losuje mniejszą i zapisuje jej numer, który będzie cyfrą dziesiątek liczby. Potem otwiera wylosowaną walizkę, żeby znowu wylosować kolejną i również zapisuje jej numer, który będzie cyfrą jedności. Jeżeli zapisana przez Kwadratolusa liczba zawiera chociaż jedną 7 – kę, to jego majątek powiększy się w najbliższym roku 7 razy, a jeżeli wylosuje liczby z cyfrą 1, to straci połowę majątku. Gdy wylosuje liczbę, w której są obie te cyfry albo nie ma żadnej z nich, jego majątek pozostanie na tym samym poziomie. Wynika z tego, że:

A. jest tyle samo szans na powiększenie jak i na zmniejszenie majątku

B. jest większa szansa, że wartość majątku się nie zmieni

C. szansa na powiększenie majątku jest większa niż 1 do 5

D. jest 11 liczb, które są zyskowne dla Kwadratolusa

Rozwiązanie:
Wszystkich możliwych liczb jest $7 \cdot 7=49$. Liczb bez siódemek i jedynek jest $5 \cdot 5=25$. Majątek nie zmieni się, gdy brak jedynek i siódemek lub są obie z nich, czyli gdy wypadną liczby 17 lub 71. Jest więc 27 wyników na 49, gdy majątek pozostanie bez zmian. Liczb z samą jedynką lub siódemką jest po 11 w każdym z przypadków.

DZIAŁ VIII

FIGURY PŁASKIE

DZIUGLAK

66. Dziuglak obrysował gwiazdkę śniegową sześciokątem foremnym. Ma on:

A. 6 przekątnych

B. sumę kątów wewnętrznych równą 540°

C. kąty wewnętrzne o miarach po 120°

D. 2 rodzaje przekątnych

67. Główne wiadomości informacyjne telewizji *TV MAT* zaczynają się o 19^{20}. O tej godzinie kąt wypukły między wskazówkami minutową i godzinową jest:

A. większy od kąta prostego

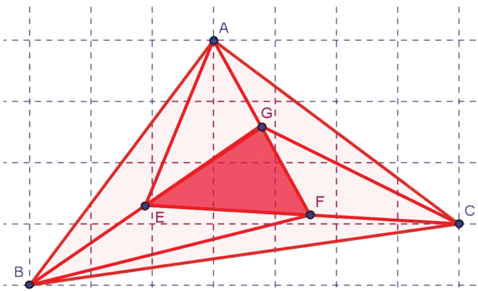
B. równy 100°

C. wielokrotnością 12

D. liczbą, która jest *NWW* (20;50)

Rozwiązanie:
Oprócz kąta 90° między trzema godzinami, dodatkowo w ciągu 20 minut wskazówka godzinowa przesunęła się o 10°, więc 3 · 30°+10°=100°.

68. Pole trójkąta *EFG* wynosi *x*. Posługując się danymi z rysunku można powiedzieć, że:



$|AG|=|GF|, |EF|=|FC|, |BE|=|EG|$

A. pole trójkąta *ABC* jest 6 razy większe od pola trójkąta *EFG*

B. pole trójkąta *ABC* jest 7 razy większe od pola trójkąta *EFG*

C. stosunek pól trójkąta *EFG* do trójkąta *ABC* wynosi $\frac{1}{7}$

D. różnica pól trójkąta *ABC* i trójkąta *EFG* wynosi 6*x*

Rozwiązanie:
Porównując wysokości i podstawy trójkątów można zauważyć, że wszystkie siedem trójkątów ma identyczne pole równe x.

69. Różniczka uwielbia zapisywać trójki pitagorejskie. Takich trójek jest:

A. nieskończenie wiele
B. cztery z liczbami mniejszymi od 20
C. więcej niż 10^{12}
D. dwie z liczbami mniejszymi bądź równymi 10

Rozwiązanie:
Trójek pitagorejskich jest nieskończenie wiele, a mniejsze od 20 to:
(3; 4; 5); (6; 8; 10); (5; 12; 13); (8; 15; 17); (9;12;15)

70. Matcyfrzak uwielbia symetrie. Wśród liczb rzymskich od 1 do 50 znalazł liczby, które miały zarówno oś symetrii jak i środek symetrii. Wszystkich takich liczb mógł znaleźć:

A. aż 5 **B.** aż 3
C. co najwyżej 6 **D.** nawet 7

71. Azymut to kąt wyznaczony między północą a danym kierunkiem poziomym. Wartość azymutu odmierza się kompasem lub busolą zgodnie z ruchem wskazówek zegara i najczęściej podaje się ją w stopniach. Mieszkańcy dwóch miast – Deltoigrodu i Kołogrodu (które leżą na jednej szerokości geograficznej w odległości 40 km od siebie) – często udają się do magicznego źródełka mocy położonego w górach. Azymut kierunku, w jakim trzeba iść, by dojść do źródełka mierzony w Deltoigrodzie wynosi 60°, a azymut z tym samym celem mierzony w Kołogrodzie wynosi 330°. Do źródełka można dojść z obu tych miast i są to jedyne dwie możliwe drogi, a pomiędzy tymi miastami też jest tylko jedna droga. Wynika z tego, że:

A. magiczne źródełko mocy leży bliżej Deltoigrodu

B. magiczne źródełko mocy leży bliżej Kołogrodu

C. magiczne źródełko mocy leży w tej samej odległości od obu miast

D. mieszkańcy Kołogrodu mają do źródełka ponad 14 km bliżej niż mieszkańcy Deltoigrodu

Rozwiązanie:
Po narysowaniu trójkąta z wierzchołkami oznaczającymi oba miasta i źródełko można zaobserwować, że jest to trójkąt o kątach 30°; 60°; 90°, czyli boki trójkąta wynoszą 20 km; $20\sqrt{3}$ km i 40 km. Najkrótszy bok jest między źródełkiem a Kołogrodem.

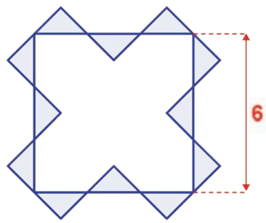
72. Całka do kwadratu o boku długości 6 dorysowała dwanaście takich samych trójkątów równoramiennych prostokątnych (patrz rysunek). Wynika z tego, że:

A. łączne pole trójkątów wynosi 12 j^2

B. pole jednego trójkąta wynosi 2 j^2

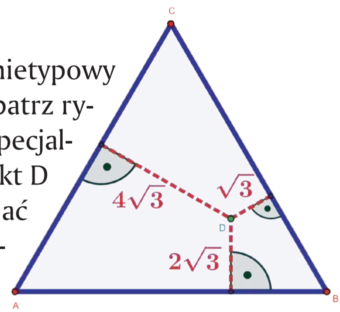
C. obwód wszystkich trójkątów jest liczbą większą od 36

D. łączne pole trójkątów wynosi 16 j^2



Rozwiązanie:
Podstawa pojedynczego trójkąta wynosi 2, a wysokość (skoro to trójkąt równoramienny i prostokątny) wynosi 1, czyli $P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$ j^2

73. Kwadratolus Łodyga zaprojektował kolejny nietypowy ogród w kształcie trójkąta równobocznego (patrz rysunek – jednostki wyrażone w metrach). W specjalnie wyliczonym miejscu umieścił kamień (punkt D na rysunku), który pomaga wspaniale rozwijać się roślinom. Posługując się informacjami z rysunku można powiedzieć, że:



A. pole powierzchni ogrodu wynosi blisko 85 m^2

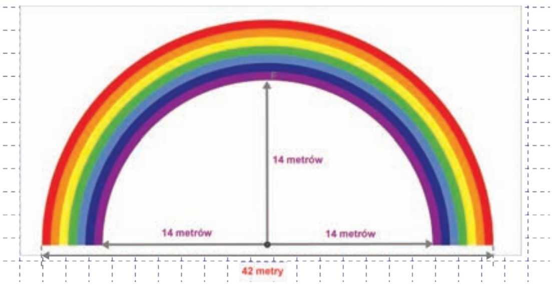
B. ogrodzenie ogrodu musi mieć ponad 40 metrów

C. jest zbyt mało danych, by określić wartość powierzchni trójkąta

D. długość obwodu ogrodu jest liczbą podzielną przez 7

Rozwiązanie:
Z twierdzenia Vivianiego $h = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7\sqrt{3}\ m$
Bok trójkąta wyliczymy z wysokości $\frac{a\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3} \Longrightarrow a = 14\ m$
$P_{\triangle} = \frac{14^2\sqrt{3}}{4} = 49\sqrt{3} \approx 85\ m^2$

74. Tęcza, która pojawia się nad zamkiem Martolinki Cyferki, zawsze ma takie same wymiary i składa się z 7 kolorów – każdy o tej samej grubości (zobacz rysunek). Przyjmując, że $\pi = \frac{22}{7}$, wiadomo, że:



A. powierzchnia tęczy wynosi 385 m^2

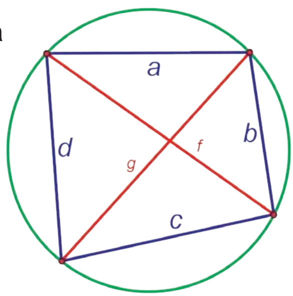
B. powierzchnia tęczy wynosi 770 m^2

C. stosunek pola powierzchni koloru zewnętrznego (kolor czerwony) do pola powierzchni koloru najbardziej wewnątrz (kolor fioletowy) wynosi $\frac{41}{29}$

D. powierzchnia koloru fioletowego wynosi mniej niż 1 ar

Rozwiązanie:
P_T *- powierzchnia tęczy*
$P_T = \frac{1}{2} \cdot (\pi \cdot 21^2 - \pi \cdot 14^2) \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{22}{7}(441 - 196) \approx \frac{11}{7} \cdot 245 = 11 \cdot 35 \approx 385\ m^2$

75. Dziuglak wpisał w okrąg czworokąt o bokach *a, b, c, d* i przekątnych *f* i *g* (patrz rysunek). Prawdziwe równanie to:



A. $a^2 + b^2 = f^2$

B. $a + c = b + d$

C. $ac + bd = fg$

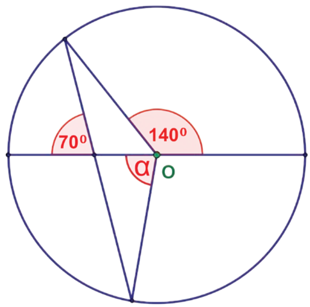
D. $ab = \frac{1}{2}\, g \cdot f,$ jeśli $a = b = c = d$

Rozwiązanie:
Z twierdzenia Ptolemeusza:
$g \cdot f = ac + bd$, *więc jeśli* $a = b = c = d$, *to podstawiając za* $c \rightarrow b$ *i za* $d \longrightarrow a$ *otrzymamy:*
$g \cdot f = ab + ba$
$gf = 2ab$
$ab = \frac{1}{2} gf$

76. Przekątne sześciokąta foremnego mogą przecinać się pod kątem:

A. 60°
B. 120°
C. 90°
D. 45°

77. Środek okręgu przedstawionego na rysunku oznaczono w punkcie O. Wynika z tego, że kąt α jest:

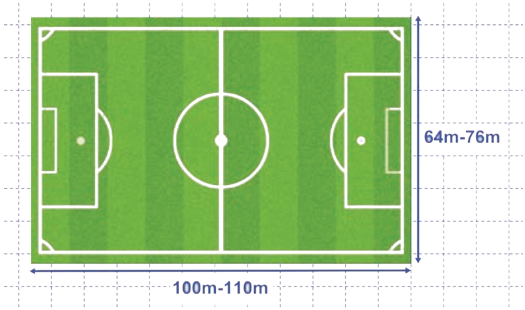


A. wierzchołkowy z kątem o wartości 140°
B. przyległy do jednego z kątów
C. równy 70°
D. równy 80°

78. W dowolnym n - kącie foremnym, gdzie suma kątów wynosi s, a liczba przekątnych d, można stwierdzić, że:

A. $d = \frac{n(n-3)}{2}$
B. $s = (n-1) \cdot 180°$
C. wyrażenie $n^2 - 3n - 10$ pozwoli na wyliczenie ilości boków wielokąta o 5 przekątnych
D. $s \cdot (\frac{s}{\pi} - 3) = 2d$

79. Profesjonalne boisko piłkarskie może mieć różne wymiary, ale ograniczone pewnymi wartościami (patrz rysunek). Wynika z tego, że:



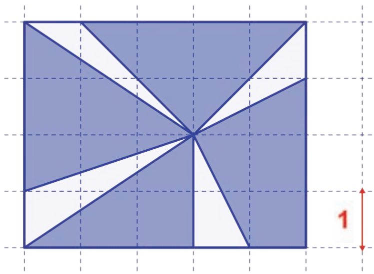
A. największe pole boiska jest o 1,96 ara większe od najmniejszego z możliwych

B. największy obwód boiska jest wielokrotnością liczby pierwszej

C. najmniejszy obwód boiska jest o ponad 40 m mniejszy od największego

D. średnie wymiary długości i szerokości boiska wynoszą 105 m i 70 m

80. Martolinka Cyferka powycinała z niebieskiego prostokąta przedstawionego na rysunku trójkąty. Można powiedzieć, że:



A. wartość pola figury, która pozostała, jest liczbą naturalną

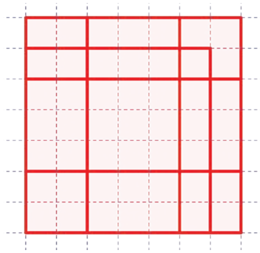
B. Martolinka wycięła piątą część prostokąta

C. została wycięta mniej niż $\frac{1}{4}$ prostokąta

D. pole figury pozostałej po wycięciu jest ponad 3 razy większe od pola figury wyciętej

Rozwiązanie:
$P_{\square} = 4 \cdot 5 = 20\ j^2$
Od pola prostokąta należy odjąć pola czterech trójkątów.
Pole figury $= 20 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 20 - 1 - 1 - 1{,}5 - 1 = 15{,}5\ j^2$

81. Kwadratów na rysunku można zauważyć aż:



A. 6
B. 10
C. więcej niż 10
D. parzystą ilość

Rozwiązanie:
Wszystkich kwadratów jest 13.

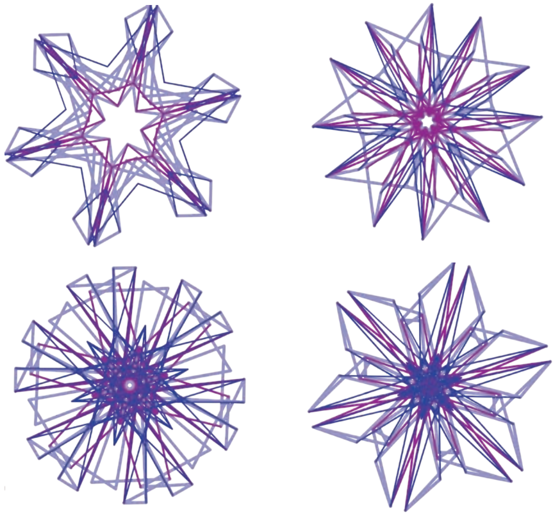
82. W dowolnym trójkącie punkt przecięcia się:

A. środkowych nazywamy barycentrum
B. wysokości nazywamy ortocentrum
C. wysokości nazywamy środkiem ciężkości
D. środkowych nazywamy środkiem ciężkości

83. W trapezie $KLMN$ o polu 25 cm^2 przekątne przecięły się w punkcie S, gdzie $KL \parallel MN$. Wiedząc, że $|KL| = 4\,|MN|$ można stwierdzić, że:

A. pole trójkąta SMN równe jest 4 cm^2
B. pole trójkąta KLS równe jest 16 cm^2
C. pola trójkątów KSN i SLM są równe
D. pola trójkąta KSN nie można obliczyć

84. Artysta narysował cztery piękne gwiazdki. Przy rysowaniu zawsze kieruje się zasadą, że jego rysunki powinny mieć oś symetrii albo środek symetrii, a czasami jedno i drugie. Obserwując rysunek można powiedzieć, że:



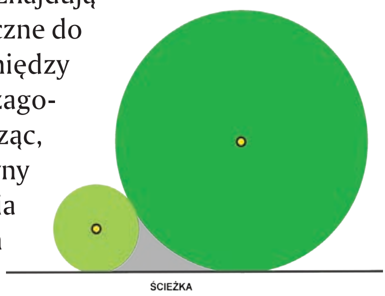
A. wszystkie gwiazdki mają oś symetrii

B. wszystkie gwiazdki mają środek symetrii

C. wszystkie gwiazdki mają sześć osi symetrii

D. dwie gwiazdki mają po 12 osi symetrii

85. W posiadłości Kwadratolusa Łodygi znajdują się dwa okrągłe klomby z kwiatami styczne do siebie nawzajem oraz do ścieżki. Pomiędzy klombami a ścieżką znajduje się niezagospodarowany fragment ogrodu. Wiedząc, że mniejszy klomb ma promień równy 1 metr, a drugi 3 metry, powierzchnia niezagospodarowanego fragmentu ma wartość:



A. mniejszą niż 2 m^2

B. równą $(4\sqrt{3} - \frac{11}{6}\pi)$ m^2

C. mniejszą niż 1m^2, ale dokładnie nie można obliczyć

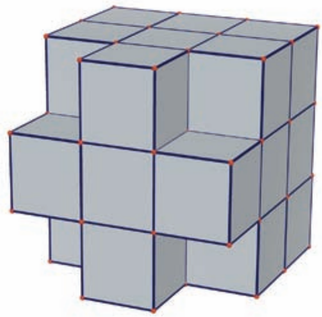
D. równą $(2\sqrt{3} + \frac{8}{3}\pi)$ m^2

DZIAŁ IX

BRYŁY

MATCYFRZAK

86. Z sześcianu o objętości 729 cm^3 wycięto 4 mniejsze sześciany (patrz rysunek). O nowej bryle można powiedzieć, że:



A. *Pc* wynosi 486 cm^2

B. *V* wynosi 484 cm^3

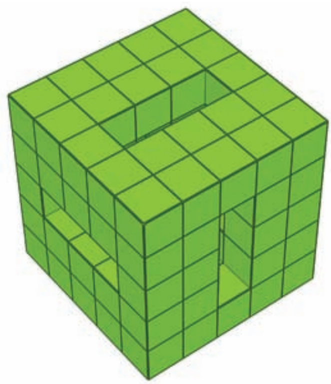
C. *V* wynosi 621 cm^3

D. *Pc* wynosi 378 cm^2

Pc - pole powierzchni całkowitej bryły, V - objętość bryły

Rozwiązanie:
Po wycięciu sześcianików pole powierzchni się nie zmieni. Pojedynczy sześcian ma krawędź o długości 3 cm, więc $P_c = 6 \cdot 9^2 = 486\ cm^2$; $V = 729\ cm^3 - 4 \cdot 27\ cm^3 = 621\ cm^3$

87. Na rynku w Deltoigrodzie stoi pomnik w kształcie dużej sześciennej kostki zbudowanej z mniejszych sześcianów, w której wydrążono na wylot tunele prostopadłe do ścian (jak na rys.) Do zbudowania pomnika zużyto:



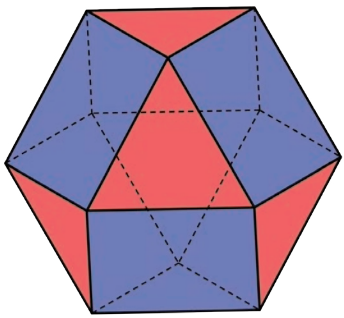
A. 65 sześcianów

B. 88 sześcianów

C. 37 sześcianów

D. 113 sześcianów

88. Matcyfrzak skleił sześcio-ośmiościan o krawędzi długości *a* (patrz rysunek). O tej bryle można powiedzieć, że:



A. objętość $V = \frac{5}{3}\sqrt{2}\, a^3$

B. pole całkowite $P_c = (6 + 2\sqrt{3})\, a^2$

C. ma 24 krawędzie

D. największy przekrój jest sześciokątem o polu $2\sqrt{3}\, a^2$

Rozwiązanie:
Wzór na objętość sześcio-ośmiościanu ma postać $V=\frac{5}{3}\sqrt{2}a^3$*, a na pole całkowite* $P_c=(6+2\sqrt{3})\,a^2$

89. Każdy dowolny sześcian ma:

A. co najmniej 4 różne siatki
B. co najmniej 11 różnych siatek
C. liczbę różnych siatek będącą liczbą pierwszą
D. nie więcej niż 5 różnych siatek

Rozwiązanie:
Sześcian ma 11 różnych siatek.

90. Przekątną d prostopadłościanu o krawędziach a, b, c można wyrazić wzorem:

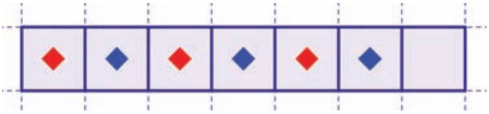
A. $d^2=a^2+b^2+c^2$
B. $d=\sqrt{abc}$
C. $d=\sqrt{ab+bc+ac}$
D. $d=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

DZIAŁ X

ŁAMIGŁÓWKI LOGICZNE

RÓŻNICZKA

91. Na siedmiopolowej planszy ustawione są 3 pionki niebieskie i 3 czerwone na przemian oraz jedno wolne pole. Matcyfrzak chce pojedynczymi przestawieniami pionków ustawić je tak, aby obok siebie stały wszystkie czerwone pionki oraz obok siebie wszystkie niebieskie pionki. Aby ustawić pionki w ten sposób, Matcyfrzak musi wykonać:

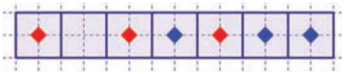


A. co najmniej 3 ruchy B. co najwyżej 5 ruchów

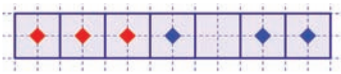
C. dokładnie 3 ruchy D. mniej niż 5 ruchów

Rozwiązanie:

Ruch pierwszy



Ruch drugi



Ruch trzeci

92. „Przedwczoraj w środę powiedziałam, że za 3 dni będę mogła powiedzieć: Już pojutrze zaczną się wakacje” - powiedziała Całka do Wymierniaka. Wakacje zaczną się więc w :

A. środę B. czwartek

C. piątek D. poniedziałek

93. Kwadratolus Łodyga – królewski ogrodnik i świetny matematyk chce zasadzić 10 drzew. Może to zrobić sadząc te drzewa:

A. w 5 rzędach po 2 drzewa w każdym

B. w 3 rzędach po 3 drzewa w każdym

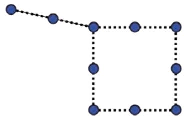
C. w 5 rzędach po 3 drzewa w każdym

D. w 5 rzędach po 4 drzewa w każdym

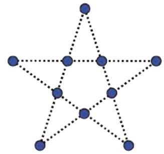
Rozwiązanie:

Możliwe sposoby zasadzenia 10 drzew:

5 rzędów po 2 drzewa



5 rzędów po 3 drzewa

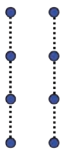


5 rzędów po 4 drzewa

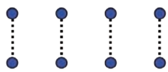
94. Kwadratolus Łodyga – królewski ogrodnik i świetny matematyk chce zasadzić 8 drzew. Może to zrobić sadząc te drzewa:

- **A.** w 4 rzędach po 2 drzewa w każdym
- **B.** w 2 rzędach po 4 drzewa w każdym
- **C.** w 4 rzędach po 3 drzewa w każdym
- **D.** w 3 rzędach po 4 drzewa w każdym

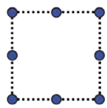
Rozwiązanie:
Możliwe sposoby zasadzenia 8 drzew:



2 rzędy po 4 drzewa



4 rzędy po 2 drzewa



4 rzędy po 3 drzewa

95. Matcyfrzak, Dziuglak, Wymierniak i Różniczka trenują zawodowo jazdę na deskorolce. Każdy z nich ma indywidualny trening w inny dzień tygodnia (od poniedziałku do czwartku) z mistrzem Kwadratolandii – Skejciakiem Pionierem. Pierwsza z osób trenuje 1 rok, druga 2 lata, trzecia 3 lata, a czwarta aż 4 lata. Matcyfrzak ma trening we wtorek i nie trenuje ani najkrócej ani najdłużej z wszystkich osób. Dziuglak trenuje nieparzystą liczbę lat. Różniczka trenuje dzień przed Wymierniakiem i dłużej niż Matcyfrzak. W czwartki trenuje osoba z najkrótszym stażem.

Prawdziwe informacje to:

- **A.** najdłużej trenuje Różniczka
- **B.** trzy dni po kolei trenują chłopcy

C. Matcyfrzak trenuje dłużej niż Dziuglak

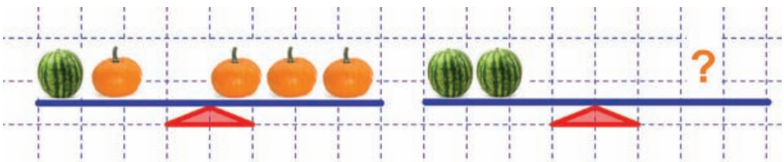
D. Wymierniak trenuje ostatni w tygodniu

Rozwiązanie:
Do rozwiązania posłużymy się tabelą:

	1 ROK	2 LATA	3 LATA	4 LATA	PONIEDZIAŁEK	WTOREK	ŚRODA	CZWARTEK
MATCYFRZAK	X	O	X	X	X	O	X	X
DZIUGLAK	X	X	O	X	O	X	X	X
WYMIERNIAK	O	X	X	X	X	X	X	O
RÓŻNICZKA	X	X	X	O	X	X	O	X
PONIEDZIAŁEK	X	X	O	X				
WTOREK	X	O	X	X				
ŚRODA	X	X	X	O				
CZWARTEK	O	X	X	X				

O - *dobra odpowiedź*
X - *zła odpowiedź*

96. Właściciel sklepu Jan Warzywniak ustawiał na wadze arbuzy i dynie zawsze w ten sposób, aby waga była w równowadze. Spójrz na jedną wagę, potem na drugą. Czy już wiesz co może kryć się pod znakiem zapytania?



A. 3 arbuzy
B. 1 arbuz i 2 dynie
C. 4 dynie
D. 3 dynie i 1 arbuz

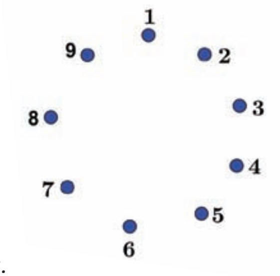
Rozwiązanie:
1 arbuz+1 dynia =3 dynie, więc 1 arbuz = 2 dynie

97. Dookoła najstarszego dębu Kwadratolandii ułożono magiczny krąg złożony z 9 kamieni, które ponumerowane są od 1 do 9. O północy pierwszy kamień znika. Po godzinie znika kamień czwarty, po kolejnej – siódmy itd., znika co trzeci kamień w kolejnych godzinach, omijając dwa

kamienie. Można stwierdzić, że:

- **A.** o 8^{00} znikną wszystkie kamienie
- **B.** dwa kamienie zawsze są widoczne
- **C.** jeden kamień nigdy nie zniknie
- **D.** o trzeciej nad ranem znika drugi kamień

Rozwiązanie:



Harmonogram czasowy znikania kolejnych kamieni:
0^{00} - kamień nr 1
1^{00} - kamień nr 4 (omijamy nr 2 i nr 3)
2^{00} - kamień nr 7 (omijamy nr 5 i nr 6)
3^{00} - kamień nr 2 (omijamy nr 8 i nr 9)
4^{00} - kamień nr 6 (omijamy nr 3 i nr 5)
5^{00} - kamień nr 3 (omijamy nr 8 i nr 9)
6^{00} - kamień nr 9 (omijamy nr 5 i nr 8)
Zostają dwa kamienie, więc nie można kontynuować schematu.

98. Przyjaciele Dziuglak, Całka i Matcyfrzak uprawiają różne sporty zimowe. Obowiązkowo muszą mieć sprzęt sportowy w swoich ulubionych kolorach – każdy w innym kolorze. Matcyfrzak od zawsze lubi kolor zielony, ale nie przepada za sankami, które są niebieskie. Całka nie umie jeździć na nartach, a Dziuglak uwielbia łyżwy, czyli:

- **A.** niebieskie sanki są własnością Całki
- **B.** Dziuglak ma zielone łyżwy
- **C.** Matcyfrzak jeździ na zielonych nartach
- **D.** narty są czerwone

Rozwiązanie:
Do rozwiązania posłużymy się tabelą:

	SANKI	NARTY	ŁYŻWY	ZIELONY	NIEBIESKI	CZERWONY
DZIUGLAK	X	X	O	X	X	O
CAŁKA	O	X	X	X	O	X
MATCYFRZAK	X	O	X	O	X	X
ZIELONY	X	O	X			
NIEBIESKI	O	X	X			
CZERWONY	X	X	O			

O - *dobra odpowiedź*
X - *zła odpowiedź*

99. Różniczka, Całka i Wymierniak uwielbiają sportowy tryb życia. Jeżdżą więc do szkoły rowerem, na rolkach czy hulajnodze. Jednak każdy ma ulubiony tylko jeden środek lokomocji, każdy inny i w innym kolorze niż pozostali. Różniczka najbardziej lubi jazdę rowerem. Wymierniak lubi sprzęt koloru niebieskiego. Gdy dodamy jeszcze, że rolki są zielone, to można powiedzieć, że:

A. Różniczka lubi hulajnogę

B. rolki lubi Całka

C. hulajnoga Wymierniaka jest niebieska

D. rower Różniczki jest koloru czerwonego

Rozwiązanie:

Do rozwiązania posłużymy się tabelą:

	ROWER	*ROLKI*	*HULAJNOGA*	*NIEBIESKI*	*ZIELONY*	*CZERWONY*
RÓŻNICZKA	O	X	X	X	X	O
CAŁKA	X	O	X	X	O	X
WYMIERNIAK	X	X	O	O	X	X
NIEBIESKI	X	X	O			
ZIELONY	X	O	X			
CZERWONY	O	X	X			

O - *dobra odpowiedź*
X - *zła odpowiedź*

100. W ciągu każdej z 7 kolejnych godzin każda z 7 głów Smoka Parabolusa uśmiecha się 7 razy. Wynika z tego, że:

A. w tym czasie wszystkich uśmiechów było więcej niż 300

B. w ciągu godziny smok uśmiechnął się 49 razy

C. w ciągu 7 godzin smok uśmiechnął się 7 razy

D. w tym czasie wszystkich uśmiechów było mniej niż 400

Rozwiązanie:

$7^3=343$ uśmiechy w ciągu 7 godzin. W ciągu godziny smok uśmiecha sie 49 razy.

101. Na 16 - sto polowej kwadratowej planszy należy rozstawić pionki w taki sposób, aby na każdym polu znajdował się jeden pionek, a liczba pionków w wierszu lub kolumnie jest wyznaczona przez cyfrę znajdującą się obok wiersza lub nad kolumną. Wynika z tego, że:

A. ?>2

B. ?≤3

C. ?=3

D. ?=4

	1	2	?	1
2				
1				
3				
1				

Rozwiązanie:
Suma cyfr w kolumnach musi być taka sama jak w wierszach więc ?=3

102. W niedzielę w prognozie pogody zapowiedziano, że począwszy od poniedziałku przez cały tydzień temperatura w dzień będzie rosła o 5°C w stosunku do poprzedniej nocy. Kolejne noce będą cieplejsze od siebie nawzajem o 1°C i zawsze zimniejsze od poprzedniego dnia o 4°C. W czwartek po niedzielnej prognozie pogody w dzień zanotowano 27°C. Wynika z tego, że:

A. w nocy z poniedziałku na wtorek średnia temperatura wyniosła 19°C

B. w sobotę było o 5°C cieplej niż w poniedziałek

C. w nocy z piątku na sobotę zanotowano taką samą średnią temperaturę jak w poniedziałek w dzień

D. noc z soboty na niedzielę była cieplejsza od dnia we wtorek

103. W sklepie pani Zofii Słodyczalskiej niektóre słodycze mają ogromne rozmiary. Można je kupować, ale pod pewnymi warunkami. Płacić można tylko nieparzystą liczbą monet, a ich wartość musi być taka, by Pani Słodyczalska nie musiała wydawać reszty. Największa czekolada w sklepie kosztuje 7 zł. Na ile sposobów można za nią zapłacić, jeśli dostępne w Kwadratolandii monety mają nominały 1 zł, 2 zł i 5 zł?

A. będą co najwyżej 3 możliwości

B. będzie 5 możliwości

C. będą 3 możliwości

D. mogą być 4 możliwości

Rozwiązanie:
Możliwości zapłaty to:
sposób I   7 monet po 1 zł → 7 monet
sposób II   5 zł + 2 monety po 1 zł → 3 monety
sposób III 2 monety po 2 zł +3 monety po 1 zł → 5 monet

104. Martolinka Cyferka robi ciasto na urodziny Wymierniaka. Musi jeszcze dodać cukier. Przed nią stoi pięć pojemników – z cukrem, solą i mąką. Jeżeli wiemy, że mąki jest dwa razy więcej niż cukru i żaden z produktów nie jest wsypany do trzech pojemników, to Martolinka znajdzie cukier w pojemniku:

I II III IV V

A. IV
B. III i V
C. I i II
D. II

Wydawca:
Firma Edukacyjno-Wydawnicza ELITMAT
www.matematykainnegowymiaru.pl
e-mail: matematykainnegowymiaru@elitmat.pl
tel. 51-81118-51

EGZEMPLARZ
BEZPŁATNY

MATEMATYKA
INNEGO WYMIARU

WWW.MATEMATYKAINNEGOWYMIARU.PL

KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!

ELITMAT
FIRMA EDUKACYJNO-WYDAWNICZA

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Publikacja współfinansowana ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego